CALCULO DE LA CONCENTRACION DE RADON CERCA DEL SUELO MEDIANTE UN MODELO DE DOS CAPAS.

por

L. QUINDOS, J. SOTO, E. VILLAR

Departamento de Fisica Fundamental. Facultad de Ciencias.

Universidad de Santander

Recibido el 28 de octubre de 1978

SUMMARY.- A two layer model for the vertical difusion coefficient is used to determine Rn-222 concentrations in the air by solving the vertical difusion equation. The solution found shows two limiting cases associated to real atmospheric conditions and relates Rn concentration at ground level to typical parameters for those conditions in a simple way.

INTRODUCCION.-

Los trazadores radiactivos naturales isótopos del radón, radón y torón, han sido utilizados frecuentemente en el estudio de los intercambios verticales de materia en diversas zonas de la atmósfera. En estos estudios (1) el valor del coeficiente de difusión vertical, magnitud característica de los intercambios verticales, se deduce de la comparación de los resultados obtenidos experimentalmente con los que predice la ecuación de difusión del elemento trazador. Para esta comparación es necesaria la determinación de la cocentración de trazador segun un conjunto vertical de puntos y el posterior ajuste de los resultados experimentales a una determinada función.

Cuando se dipone en cambio de la medida de la concentración de radón en un único punto e instante, usualmente en las proximidades del suelo, no es posible en principio conocer el valor de los intercambios verticales de materia. Sin embargo si se dispone del valor del flujo de radón al nivel del suelo, condición en el limite inferior de la ecuación de difusión, y se considera unicamente la existencia de una difusión vertical como evolución del trazador, condiciones de estratificación horizontal y régimen estacionario, es posible conocer el valor que toma el coeficiente de difusión vertical siempre que se suponga una determinada variación con la altura de éste.

MODELO DE DOS CAPAS.-

Existe en la bibliografia una amplia gama de posibilidades para parametrizar K_z con el fin de poder interpretar la distribución vertical del trazador (2) aunque solo un reducido número es tal que introducidas en la ecuación de difusión hacen que pueda resolverse de manera analítica. De entre éstas la más sencilla es la que supone un valor del coeficiente de difusión independiente de la altura. En este caso la ecuación de difusión para el trazador radiactivo admite una solución exponencial decreciente. Una parametrización sin duda más interesante es la que introduce (3) un modelo de dos capas caracterizado por

$$K(\underline{z}) = K_1 \qquad o < z \leq h$$
$$K(\underline{z}) = K_2 \qquad z > h \qquad |1|$$

es decir, un modelo de dos capas en el que el valor de $K(z)$ es constante en cada una de ellas. Como en el caso anterior $K(z)$ es independiente de la altura y está parametrización de $K(z)$ permite una solución analítica de la ecuación de difusión. Introduciendo las expresiones anteriores en la ecuación de difusión vertical para el trazador radiactivo

$$\frac{d}{dz}\left(K(z)\,\frac{dC(z)}{dz}\right) - \lambda C = 0 \qquad |2|$$

siendo $C(z)$ y λ la concentración y constante radiactiva del radón respectivamente.

Resolviendo en las dos capas la ecuación resultante se obtiene la concentración de radón en cada una de ellas.

$$C_1(z) = A\,exp\left(-\sqrt{\frac{\lambda}{K_1}}\,z\right) + B\,exp\left(\sqrt{\frac{\lambda}{K_1}}\,z\right) \qquad |3|$$

$$C_2(z) = D\,exp\left(-\sqrt{\frac{\lambda}{K_2}}\,z\right) + E\,exp\left(\sqrt{\frac{\lambda}{K_2}}\,z\right) \qquad |4|$$

donde A, B, D y E son cuatro constantes que vienen fijadas por las dos condiciones en los limites y las condiciones de continuidad de la concentración y del flujo de trazador a la altura $\underline{h}$. Estas condiciones se expresan, suponiendo la densidad del aire independiente de $\underline{z}$ y siendo ϕ_o la exhalación de gas

$$-\rho\,K_1\,\frac{dC_1(z)}{dz}\bigg|_{z=0} = \phi_o$$

$$C_2(z)_{z\to\infty} = 0 \qquad |5|$$

$$C_1(h) = C_2(h)$$

$$K_1\,\frac{dC_1(z)}{dz}\bigg|_{z=h} = K_2\,\frac{dC_2(z)}{dz}\bigg|_{z=h}$$

La segunda de las condiciones fija $E=0$. Mediante las otras puede plantearse un sistema de tres ecuaciones con tres incognitas cuya resolución permite obtener A, B y D. Sustituyendo los valores de A y B encontrados de esta forma en la expresión que da la concentración de radón en la primera capa resulta

$$C_1(z) = \frac{\phi_o}{\sqrt{\lambda K_1}}\;\frac{ch\sqrt{\frac{\lambda}{K_1}}\,(h-z) + \sqrt{\frac{K_2}{K_1}}\;sh\sqrt{\frac{\lambda}{K_1}}\,(h-z)}{sh\sqrt{\frac{\lambda}{K_1}}\,h + \sqrt{\frac{K_2}{K_1}}\;ch\sqrt{\frac{\lambda}{K_1}}\,h} \qquad o<z<h \qquad |6|$$

A partir de esta expresión puede calcularse la concentración de trazador hasta una altura $\underline{h}$ cuando se conocen los valores de h, K_1 y K_2. Esta relaciónpresenta dos casos extremos que permiten comprender la importancia del modelo que analizamos: Cuando $K_2 >> K_1$ y cuando $K_1 >> K_2$.

a) $K_2 >> K_1$

La estabilidad vertical cerca del suelo que se produce durante la noche en periodos de fuerte calentamiento diurno como consecuencia de la inversión de temperatura que existe en las capas bajas de la troposfera lleva consigo un valor pequeño del coeficiente de difusión vertical. Este valor puede considerarse promedio desde el suelo hasta el fin de la inversión. Por encima de esta primera capa existe una zona más extensa que está caracterizada por un mayor valor del coeficiente de difusión. Es posible por lo tanto asimilar esta situación de estabilidad nocturna al caso que estamos considerando de que $K_2 >> K_1$. Multiplicando el numerador y el denominador del segundo miembro de la expresión |6| por $\sqrt{K_1/K_2}$ y despreciando los términos menores teniendo en cuenta que, debido al intervalo de validez de z, las funciones seno y coseno hiperbolicos estan acotados en este caso, se obtiene para la concentración de radón en la primera capa

$$C_1(z) = \frac{\phi_o}{\sqrt{\lambda K_1}} \frac{sh\left(\sqrt{\frac{\lambda}{K_1}}(h-z)\right)}{ch\left(\sqrt{\frac{\lambda}{K_1}}\,h\right)} \qquad o < z < h \qquad |7|$$

expresión en la que la concentración no depende de K_z. La concentración de radón al nivel del suelo, para $z=0$ se expresa ahora como

$$C(o) = \frac{\phi_o}{\sqrt{\lambda K_1}}\, tgh\left(\sqrt{\frac{\lambda}{K_1}}\,h\right) \qquad |8|$$

Desarrollando en serie el valor de la tangente hiperbólica y quedándonos únicamente con el primer término de este desarrollo resulta

$$C(o) = \frac{h\phi_o}{K_1} \qquad |9|$$

Por lo tanto la concentración de radón al nivel del suelo es función solamente de la tasa de emanación, de la altura de la primera capa y del valor que toma en ella el coeficiente de difusión vertical. Suponiendo ϕ_o constante este resultado es semejante al obtenido por nosotros (4) al resolver de forma numérica la ecuación de difusión partiendo de un modelo de tres capas.

b) $K_1 >> K_2$

Bajo la influencia durante el dia de la inestabilidad hidrostática de las capas bajas de la atmosfera se desarrolla en estas una capa en la que existen intercambios verticales importantes llamada capa de mezcla limitada superiormente por una capa estable, cuya existencia ha sido puesta de manifiesto mediante la medida de radón y nucleos de Aitken (5), y que es permanente frente al ciclo diario de la estabilidad vertical. En este caso puede hacerse la suposición de que $K_1 >> K_2$. Partiendo de la expresión |6| y despreciando en ella los términos multiplizados por $\sqrt{K_2/K_1}$ se obtiene para la concentración de radón en la primera capa

$$C_1(z) = \frac{\phi_o}{\sqrt{\lambda K_1}} \frac{ch\left(\sqrt{\frac{\lambda}{K_1}}(h-z)\right)}{sh\left(\sqrt{\frac{\lambda}{K_1}}\,h\right)} \qquad o > z > h \qquad |10|$$

La concentración de trazador al nivel del suelo será por lo tanto

$$C(o) = \frac{\phi_o}{\sqrt{\lambda K_1}}\, coth\left(\sqrt{\frac{\lambda}{K_1}}\,h\right) \qquad |11|$$

Desarrollando en serie el valor de la cotangente hiperbólica y quedándonos con el primer término del desarrollo, la expresión anterior resulta

$$C(o) = \frac{\phi_o}{\lambda h} \qquad |12|$$

con lo que ahora el valor de la concentración de radón al nivel del suelo depende únicamente de la tasa de emanación, de la constante de desintegración del gas radiactivo y de la altura de la capa de mezcla. Fijados los dos primeros valores la concentración de radón vendrá determinada por la altura h y consiguientemente la determinación de $C(o)$ nos permitira calcular la altura de la capa de mezcla. Es de señalar que si $C_1(z)$ depende débilmente de z la expresión anterior es equivalente a la obtenida por otros autores (6) y les permite definir un coeficiente de difusión medio dentro de la capa de mezcla con un significado semejante a K_1.

Es necesario, por fin insistir en que las expresiones encontradas son únicamente aplicables en los casos en que se cumplen las condiciones de validez supuestas para la ecuación de difusión y que consisten principalmente en la existencia de un regimen estacionario y en la ausencia de advección horizontal.

BIBLIOGRAFIA.-

(1).- Guedalia. These doctorat de specialite. Toulouse 1975. "Determination des echanges verticaux de matiere dans la couche limite planetaire"

(2).- Zilitinkeoich et al. Izv. Atmosph and Ocean Phys. 3, 297. 1967. "Dinamics of the atmospheric boundary layer".

(3).- Ariel. Trans Chief Geophys Obs, 69, 1957. "The effect of the profile of the coefficient of turbulence on the wind in the boundary layer

(4).- Soto. Tesis de doctorado. Santander. 1978. "Contribución al estudio de la difusión de materia en las capas bajas de la atmosfera cerca de la discontinuidad tierra mar utilizando trazadores radiactivos naturales".

(5).- Guedalia et al. J. Appl. Meteorol, 11, 357, 1972. "Aircraft measurement of Rn-222, Aitken-nuclei and small ions up to 6 Km".

(6).- Druilhet. These doctorat de specialite. Toulouse. 1966. "Difusion de la radiactivite naturalle de l´air dans les basses couches de l´atmosphere".